

При подготовке К ОЛИМПИАДАМ ВЫСОКОГО УРОВНЯ необходимо обратить внимание на следующие важные темы:

1. Элементы теории чисел

Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. НОД и НОК, алгоритм Евклида. Цепные дроби.

Линейные диофантовы уравнения. Системы линейных диофантовых уравнений. Простейшие диофантовы уравнения второй степени. Диофантовы уравнения высших степеней.

Пифагоровы тройки. Элементы теории сравнений.

Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона.

Китайская теорема об остатках.

Мультипликативные функции теории чисел. Квадратичные вычеты. Уравнения типа Каталана.

2. Элементы теории множеств

Язык теории множеств. Операции над множествами. Отображения множеств. Формула включения-исключения. Разбиения множеств. Отношения множеств. Конечные, бесконечные множества. Топология точечных множеств на прямой и плоскости.

3. Элементы комбинаторики Основные комбинаторные принципы.

Соединения: перестановки, размещения, сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона.

4. Элементы теории многочленов

Делимость многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема арифметики многочленов. Основная теорема алгебры.

Многочлены с действительными, целыми, рациональными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Признаки неприводимости многочленов. Многочлены нескольких переменных. Симметрические многочлены.

5. Элементы теории графов

Язык теории графов. Простейшие числовые характеристики и типы графов. Классические теоремы теории графов. Теория Дилворта. Теория Рамсея.

6. Последовательности

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Рекуррентные последовательности. Возвратные последовательности. Пределы последовательностей.

7. Неравенства

Векторный метод решения неравенств. Построение геометрической модели неравенств.

Использование производной при решении неравенств.

Классические неравенства о средних.

Неравенства Коши-Буняковского, Бернулли, Йенсена, Гёльдера, Чебышева. Теория Мюрхеда.

Геометрические неравенства.

8. Функции. Функциональные уравнения

Задачи на использование свойств функций: области определения, множества значений, непрерывности, монотонности, четности (нечетности), периодичности; анализ графиков функций.

Функциональный подход при решении уравнений и неравенств.

Функциональные уравнения с условиями непрерывности, ограниченности, с дискретной областью определения. Метод Коши. Функциональные замены.

9. Комплексные числа

Алгебраическая и тригонометрическая формы. Формула Муавра. Решение алгебраических задач с применением комплексных чисел.

10. Планиметрия

Треугольник (замечательные точки и линии треугольника и их свойства).

Теорема Менелая.

Теорема Чевы.

Четырехугольники.

Окружности, комбинации многоугольников и окружностей.

Геометрические места точек.

Комплексные числа в геометрии.

11. Стереометрия

Призмы и пирамиды.

Сечения многогранников.

Тела вращения.

Комбинации многогранников и тел вращения.

12. Комбинаторная геометрия

Язык комбинаторной геометрии: выпуклые фигуры, выпуклая оболочка, опорные прямые, диаметр фигуры.

13. Аналитические и синтетические методы в геометрии

Метод площадей.

Дополнительные построения как метод решения задач.

Метод координат.

Векторы и их применения.

Геометрия масс.

Геометрия преобразований.

Теорема Шаля.

Преобразования подобия. Гомотетия.

Аффинные и проективные преобразования. Композиции преобразований.

14. Методы решения олимпиадных задач

Матричный метод.

Круги Эйлера.

Принцип Дирихле.

Правило крайнего.

Инварианты.

Четность, нечетность.

Игры, турниры, стратегии и алгоритмы.

Задачи на раскраски, укладки, замощения.

Задачи комбинаторно-логического характера.

Метод математической индукции.