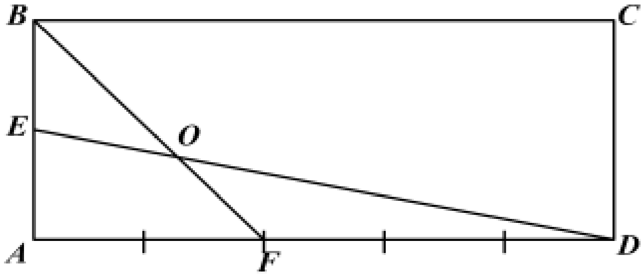
Для успешной сдачи централизованного тестирования по математике целесообразно рассматривать различные методы решения одной задачи. Это даёт возможность на тестировании ученику выбрать для себя оптимальный способ решения и получить правильный результат. Рассмотрим некоторые примеры решения задач различными способами.

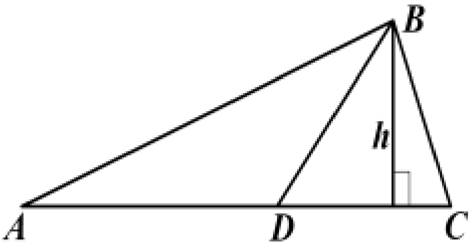
Задача1.

РТ 2011/2012гг. Этап III. Вариант 2

На сторонах AB и AD прямоугольника ABCD взяты точки E и F соответственно так, что AE=BE, AF:FD=2:3. Отрезки DE и BF пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника DOF, если площадь треугольника BOE равна 15.

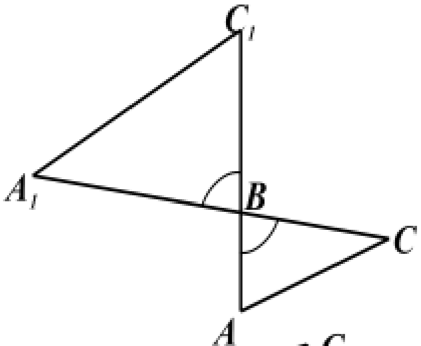


I. Метод площадей



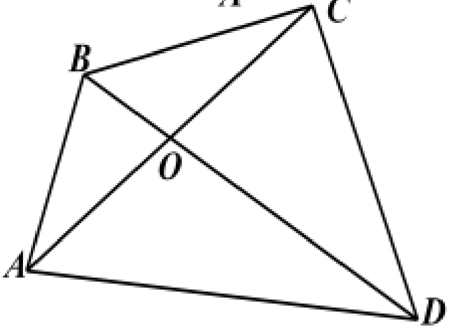
1. *У треугольников равны высоты*

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta DBC}} = \frac{AD}{DC}$$



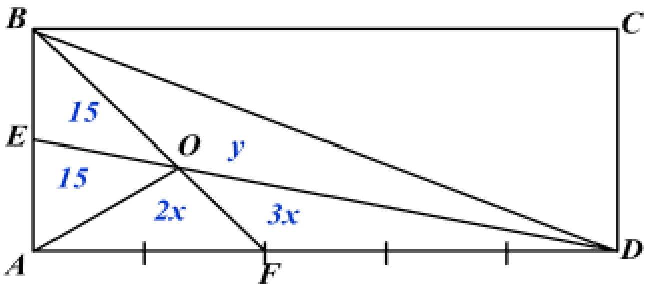
2. *Треугольники имеют по равному углу*

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1BC_1}} = \frac{AB \cdot BC}{A_1B \cdot BC_1}$$



3. *ABCD – четырехугольник*

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADC}} = \frac{OB}{OD} \qquad \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta CBD}} = \frac{OA}{OC}$$

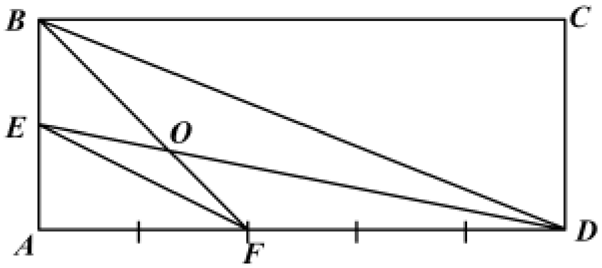


$$S_{BOE} = S_{EOA} = 15$$
$$S_{AOF} = 2x; \quad S_{FOD} = 3x;$$
$$S_{BOD} = y$$

$$\frac{S_{BDE}}{S_{ADE}} = \frac{1}{1}; \quad \frac{y+15}{15+5x} = \frac{1}{1}; \quad y = 5x$$
$$\frac{S_{ABF}}{S_{FBD}} = \frac{2}{3}; \quad \frac{30+2x}{3x+y} = \frac{2}{3};$$
$$90 + 6x = 2y + 6x; \;\; 2y = 90; \;\; y = 45$$
$$5x = 45; x = 9 \quad S_{FOD} = 3x = 3 \cdot 9 = 27$$

Ответ: 27

Метод площадей (II способ)

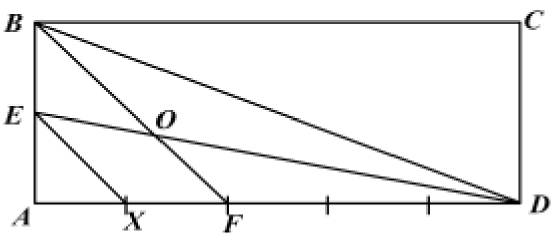


$$S_{\Delta ABD} = S$$
$$S_{\Delta BED} = \frac{1}{2}S, \quad S_{\Delta FED} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}S = \frac{3}{10}S$$
$$\frac{BO}{OF} = \frac{S_{\Delta BED}}{S_{\Delta FED}} = \frac{\frac{1}{2}S}{\frac{3}{10}S} = \frac{5}{3}$$

$$S_{\Delta BFD} = \frac{3}{5}S, \quad S_{\Delta BFE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}S = \frac{1}{5}S$$
$$\frac{EO}{OD} = \frac{S_{\Delta BFE}}{S_{\Delta BFD}} = \frac{\frac{1}{5}S}{\frac{3}{5}S} = \frac{1}{3}$$
$$\frac{S_{\Delta BOE}}{S_{\Delta FOD}} = \frac{BO \cdot OE}{FO \cdot OD} = \frac{5x \cdot y}{3x \cdot 3y} = \frac{5}{9}, \qquad \frac{15}{S_{\Delta FOD}} = \frac{5}{9}$$
$$S_{\Delta FOD} = 27$$

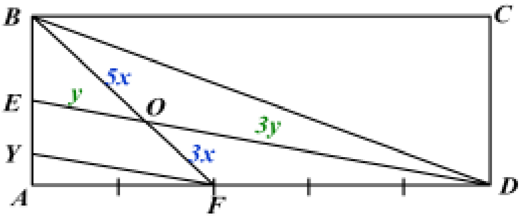
Ответ: 27

II. Подобие треугольников



Проведем $EX||BF$,
$AX=XF$, так как $AE=EB$

$$\Delta EXD \sim \Delta OFD$$
$$\frac{ED}{OD} = \frac{XD}{FD} = \frac{4}{3}, \qquad \frac{EO}{OD} = \frac{1}{3}$$



Проведем $FY||DE$,

$AY: YE=AF:FD=2:3$, $BE=BA$

$\Delta BEO \sim \Delta BYF$

$\frac{BO}{BF}=\frac{BE}{BY}=\frac{5}{8}$, $\quad \frac{BO}{OF}=\frac{5}{3}$

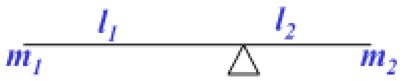
$$\frac{S_{\Delta BOE}}{S_{\Delta FOD}}=\frac{BO\cdot OE}{FO\cdot OD}=\frac{5x\cdot y}{3x\cdot 3y}=\frac{5}{9}, \qquad \frac{15}{S_{\Delta FOD}}=\frac{5}{9}$$

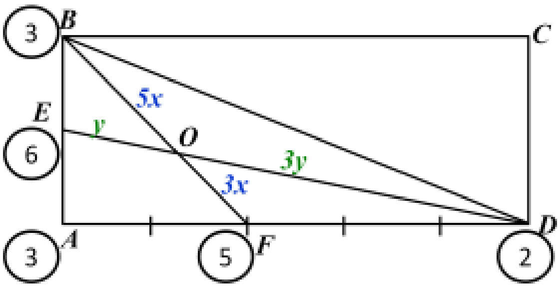
$S_{\Delta FOD}=27$

Ответ: 27

III. Центр масс

Правило равновесия рычага: $m_1\cdot l_1=m_2\cdot l_2$





Поместим треугольник ABD таким образом, что опора подведена под точку O, являющуюся центром тяжести**.**

Так как $AF:FD=2:3$, поместим грузы массой 3 и 2 в вершины соответственно A и D, тогда равнодействующая сил 3 и 2 в точке F равна 5. Так как $AE=EB$, поместим груз массой 3 в точку B, тогда равнодействующая сил 3 и 3 в E точке равна 6.

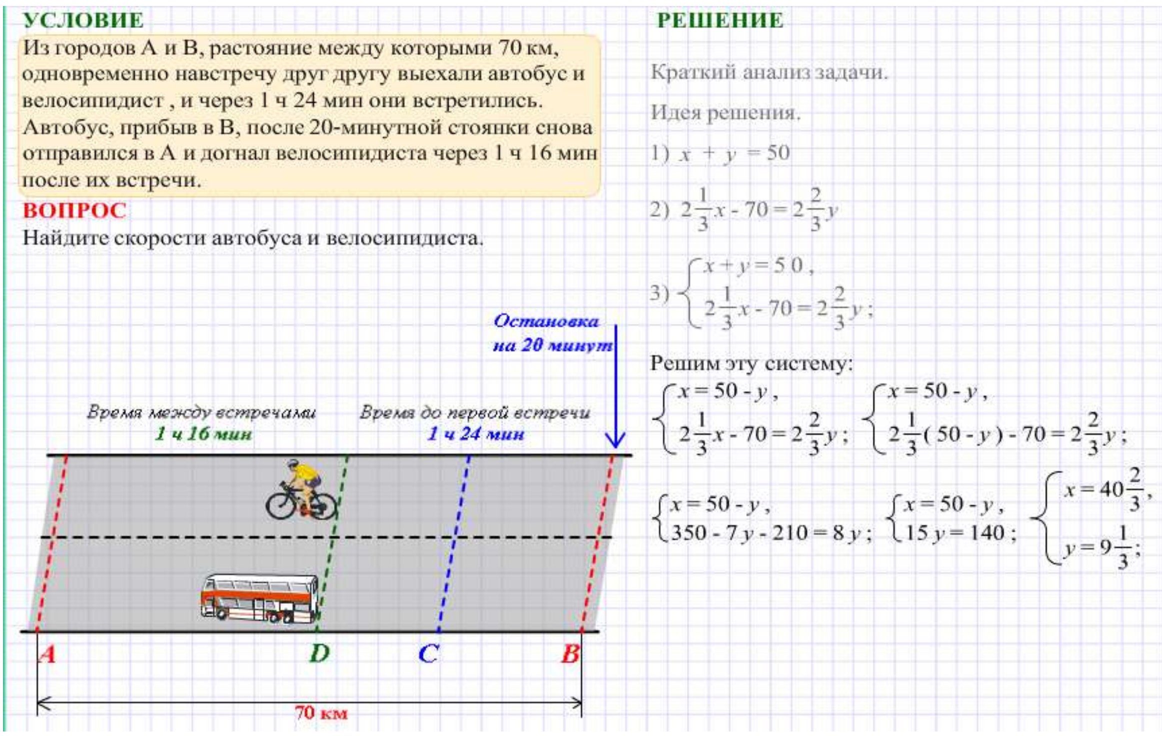
$$\frac{BO}{OF}=\frac{5}{3}, \quad \frac{EO}{OD}=\frac{1}{3}, \quad \frac{S_{\Delta BOE}}{S_{\Delta FOD}}=\frac{BO\cdot OE}{FO\cdot OD}=\frac{5x\cdot y}{3x\cdot 3y}=\frac{5}{9}, \qquad \frac{15}{S_{\Delta FOD}}=\frac{5}{9}$$

$S_{\Delta FOD}=27$

Ответ: 27

<u>Задача2. (Математика. Текстовые задачи)</u>

I. Алгебраический метод решения



II. Физический метод.

Дано

$s = 70$ км $= 70000$ м

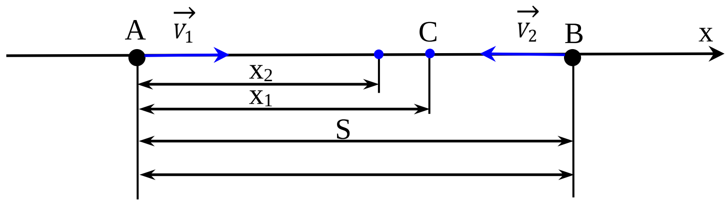
$t_1 = 1$ ч 24мин $= 5040$ с

$t_3 = 20$мин $= 1200$ с

$t_4 = 1$ч 16мин $= 4560$ с

$v_1 -?$

$v_2 -?$



В момент первой встречи в точке С координата автобуса равна $x_1 = V_1 t_1$, велосипедиста – $x_1 = S - V_2 t_1$.

Очевидно, $V_1 t_1 = S - V_2 t_1$ (1). В момент прибытия автобуса в пункт В его координата равна $S = V_1 (t_1 + t_2)$ (2), где – время, затраченное им на движение от места встречи С до В.

Координаты автобуса и велосипедиста в момент, когда первый догоняет второго, двигаясь в противоположную сторону, соответственно равны:

$x_2 = S - V_1 (t_4 - t_2 - t_3)$, $x_2 = S - V_2 (t_1 + t_4)$,

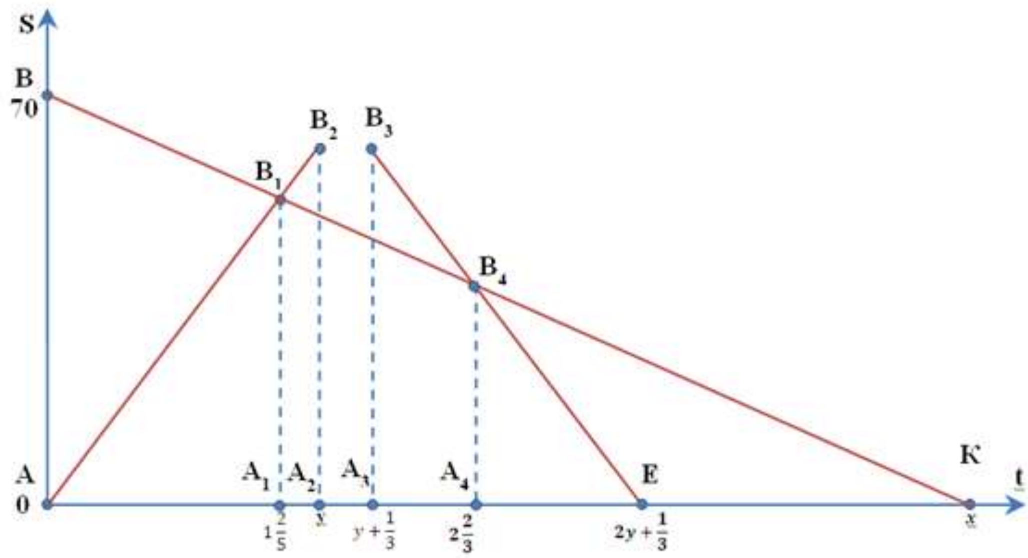
и, так как они равны, $S - V_1 (t_4 - t_2 - t_3) = S - V_2 (t_1 + t_4)$ (3).

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} V_1 t_1 = S - V_2 t_1 \ (1),\ S = V_1 (t_1 + t_2)\ (2) \\ S - V_1 (t_4 - t_2 - t_3) = S - V_2 (t_1 + t_4) \quad (3), \end{cases}$$

подставив исходные данные в которую получим ответ.

III. Графический метод.



$\Delta AB_2A_2 \sim \Delta AB_1A_1 \quad \frac{B_2A_2}{B_1A_1} = \frac{AA_2}{AA_1}; \quad \frac{70}{B_1A_1} = \frac{y}{1\frac{2}{5}}$

$\Delta BAK \sim \Delta B_1A_1K \quad \frac{BA}{B_1A_1} = \frac{AK}{A_1K}; \quad \frac{70}{B_1A_1} = \frac{x}{x-1\frac{2}{5}};$

$\Delta A_3B_3E \sim \Delta A_4B_4E \quad \frac{A_3B_3}{A_4B_4} = \frac{A_3E}{A_4E}; \quad \frac{70}{A_4B_4} = \frac{y}{2y-2\frac{1}{3}}$

$\Delta ABK \sim \Delta A_4B_4K \quad \frac{AB}{A_4B_4} = \frac{AK}{A_4K}; \quad \frac{70}{A_4B_4} = \frac{x}{x-2\frac{2}{3}};$

$$\begin{cases} \frac{y}{1\frac{2}{5}} = \frac{x}{x-1\frac{2}{5}}; \\ \frac{y}{2y-2\frac{1}{3}} = \frac{x}{x-2\frac{2}{3}} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{15}{2}; \\ y = \frac{105}{61} \end{cases}$$

$$V_{\text{вел}} = 70 : \frac{15}{2} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$$

$$V_{\text{ав}} = 70 : \frac{105}{61} = \frac{122}{3} = 40\frac{2}{3}$$

Ответ: $9\frac{1}{3}$ км/ч , $40\frac{2}{3}$ км/ч.